Я.И. Абрамсон

МАТЕМАТИКА

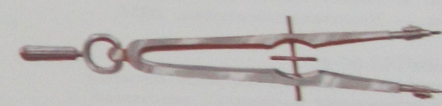
2

КЛАСС

Я. И. Абрамсон

МАТЕМАТИКА

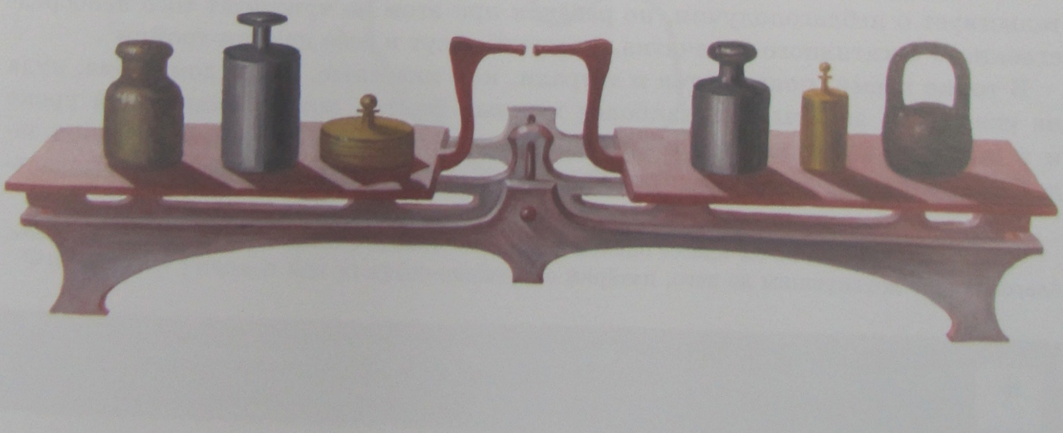
2
класс



Книга для учителя

2015

ОГЛАВЛЕНИЕ



Упражнение № 7

Вычислите и сравните:

a) $a + b$ и $b + a$ для $a = 4$, $b = -5$;

b) $a + b$ и $b + a$ для $a = -3$, $b = -8$;

c) $a + b$ и $b + a$ для $a = -9$, $b = 12$;

d) $a \times b$ и $b \times a$ для $a = -9$, $b = 2$;

e) $a \times b$ и $b \times a$ для $a = -3$, $b = -6$;

f) $a + (b + c)$ и $(a + b) + c$ для $a = -9$, $b = 12$, $c = 14$;

g) $a + (b + c)$ и $(a + b) + c$ для $a = -3$, $b = -5$, $c = 24$;

h) $a + (b + c)$ и $(a + b) + c$ для $a = 7$, $b = 16$, $c = -31$;

i) $a \times (b \times c)$ и $(a \times b) \times c$ для $a = 2$, $b = 3$, $c = -3$;

j) $a \times (b \times c)$ и $(a \times b) \times c$ для $a = 3$, $b = -4$, $c = -5$;

k) $a \times (b \times c)$ и $(a \times b) \times c$ для $a = -7$, $b = 10$, $c = -3$;

l) $a \times (b \times c)$ и $(a \times b) \times c$ для $a = -6$, $b = -2$, $c = -8$.

Было ещё одно важное свойство, связываюшее операции сложения и умножения, называемое *дистрибутивностью*: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$.

Упражнение № 8

Вычислите отдельно и сравните между собой результаты ваших вычислений:

Вычислите отдельно и сравните между собой результаты ваших вычислений:

Вычислите отдельно и сравните между собой результаты ваших вычислений для $a = -2$, $b = 4$, $c = 5$;

a) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$ для $a = -1$, $b = -3$, $c = 4$;

b) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$ для $a = 6$, $b = -7$, $c = -8$;

c) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$ для $a = -11$, $b = 9$, $c = 9$;

d) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$ для $a = 12$, $b = -4$, $c = -5$;

e) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$ для $a = -2$, $b = -13$, $c = -5$.

f) $(a + b) \times c$ и $a \times c + b \times c$

Заметим, что для установления знака произведения двух отрицательных чисел достаточно знать, на самом деле, только знак произведения минус единицы на саму себя: $(-1) \times (-1)$.

Действительно, рассмотрим, например, произведение $(-5) \times (-7)$.

Поскольку умножение на 1 не изменяет числа, и операция «минус» коммутирует с умножением, то

$(-5) \times (-7) = (-(1 \times 5)) \times (-(1 \times 7)) = ((-1) \times 5) \times ((-1) \times 7) = (-1) \times (-1) \times (5 \times 7)$.

Итак, всё зависит от того, чему равно $(-1) \times (-1)$. Чему же оно равно? Мы предполагаем, что единице со знаком «плюс», то есть, просто 1. Как это проверить?

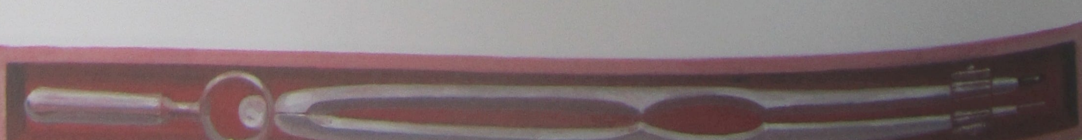
Мы знаем, что у каждого числа есть единственное ему противоположное, в сумме с которым оно равно нулю. Так, противоположными числами являются 1 и −1: $1 + (-1) = 0$.

Если $(-1) \times (-1)$ равно 1, то в сумме с −1 оно должно давать 0. С другой стороны, если оно даёт в сумме с −1 ноль, то оно обязательно равно 1, ибо 1 — это *единственное* такое число!

Проверим и убедимся в том, что это, действительно, так:

$(-1) \times (-1) + (-1) = (-1) \times (-1) + (-1) \times 1 =$ по дистрибутивности!

$(-1) \times [(-1) + 1] = (-1) \times 0 = 0$.



СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ИГРЫ

6. Имеются две кучки камней, в одной из которых 13 камней, а в другой 16 камней. Двое играют в следующую игру: по очереди каждый перед своим ходом выбирает одну кучу из двух и забирает из неё произвольное число камней (хоть сразу все). Выигрывает тот, кто делает последний ход (то есть тот, после хода которого камней вообще не остаётся, и другой игрок не может сделать ход). Назовём того, кто начинает игру — того кто делает первый ход — Первым, а того, кто ему отвечает, то есть, ходит вторым — Вторым. У кого из двух игроков, Первого или Второго, имеется *выигрышная стратегия* (то есть алгоритм игры, позволяющий выиграть в любом случае, как бы ни играл противник) и в чём она состоит?

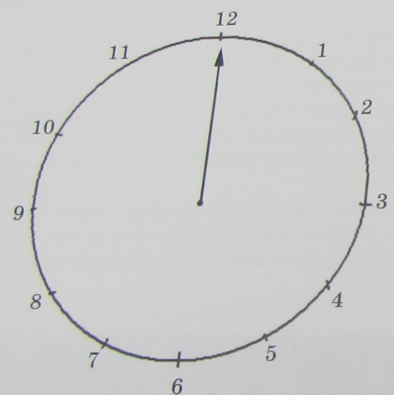
7. Первый игрок называет число от 2 до 9. Второй умножает это число на своё — тоже от 2 до 9. Первый снова выбирает число от 2 до 9 и умножает на него полученное произведение. Так продолжается до тех пор, пока кто-нибудь из них не получит число, больше, чем 2014. Кто выигрывает при правильной игре — Первый или Второй? Найти для победителя выигрышную стратегию.

8. В коробке лежат конфеты. Двое ходят по очереди. За ход каждый может взять себе любое число конфет, соблюдая два правила: правило вежливости — нельзя брать конфет больше, чем только что взял противник и правило честности — первым ходом нельзя сразу брать все конфеты. Победившим считается игрок, взявший последнюю конфету. Кто выиграет при правильной игре?

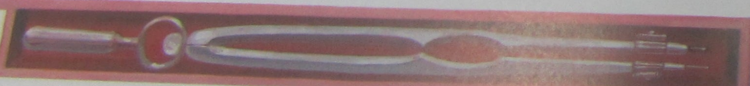
Рассмотрите случаи, когда в коробке первоначально лежало 20 конфет, 36 конфет, 64 конфеты, 100 конфет. В каких случаях выигрывает Первый, в каких — Второй?

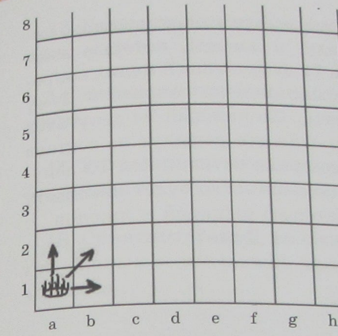
9. Имеются часы со стрелкой, стоящей на 12. Двое по очереди двигают стрелку. За один ход можно подвинуть её на 2 или 3 часа вперёд.

Выигрывает тот, кто поставит стрелку на деление 11. Кто должен выиграть при правильной игре?



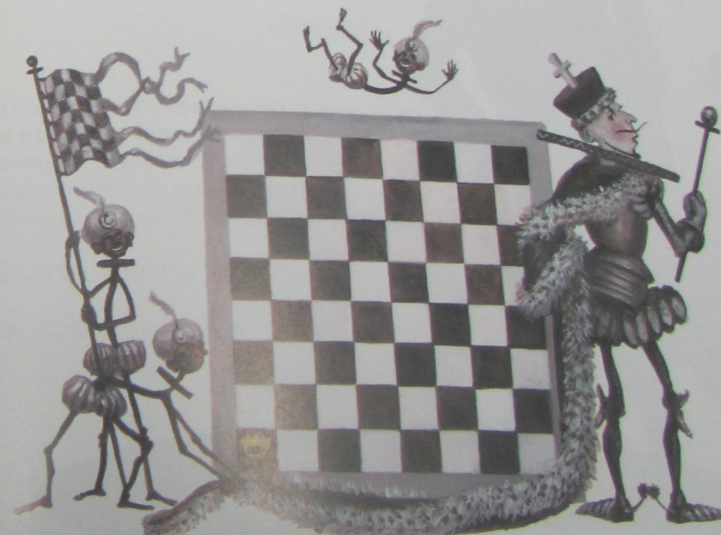
10. На шахматной доске на поле a1 стоит король, который, в отличие от обычного шахматного короля, не может ходить вниз и влево: он может ходиь только вверх, вправо и по диагонали вправо-вверх. Два игрока по очереди ходят этим королём,





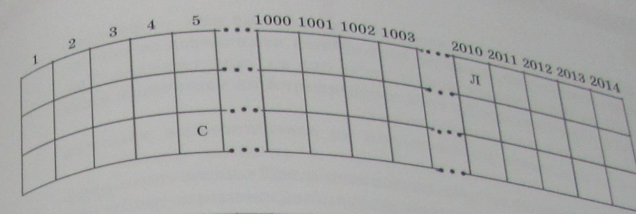
h8. Кто первым его туда поставит, тот и победит. Кто выигрывает при правильной игре — Первый или Второй?

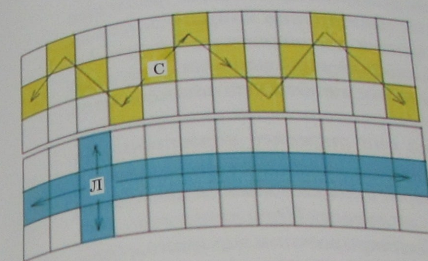
Начните решать эту задачу с конца: где должен быть Первый перед последним ходом? Откуда он может туда попасть своим предпоследним ходом? Отметьте соответствующие поля как В (выигрышные) и П (проигрышные).

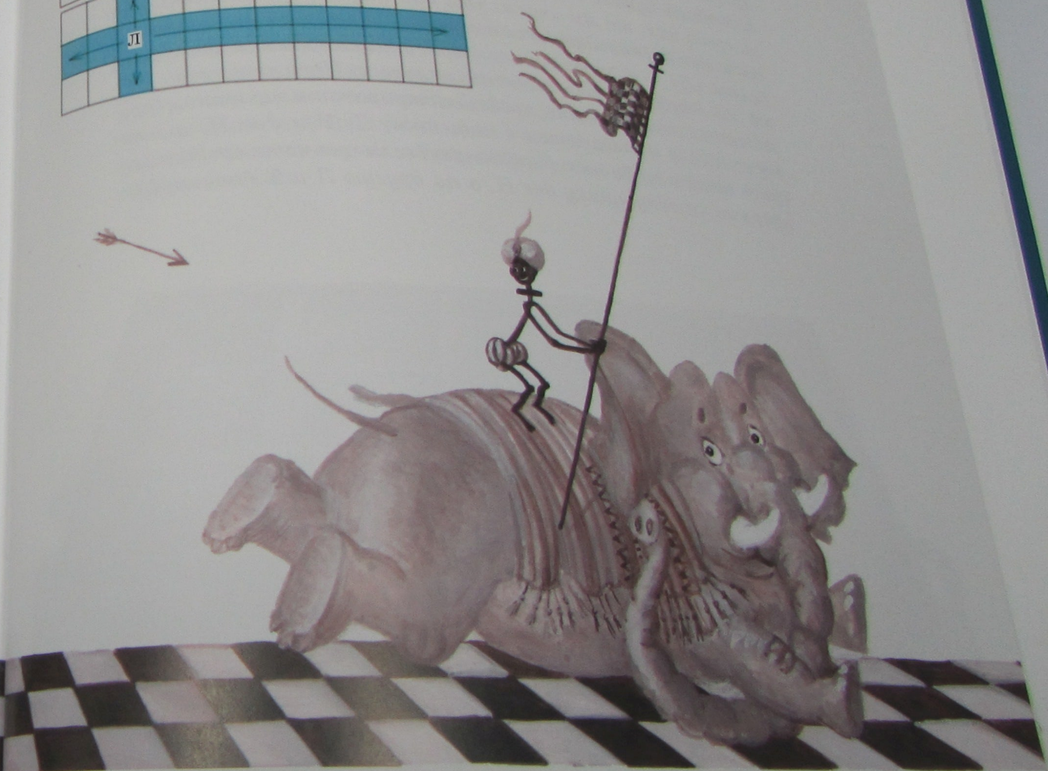


3. На доске 3×2014 ладья пытается поймать слона. Удастся ли ей это сделать?

Напомним, что ладья ходит вправо-влево и вверх-вниз, а слон по диагоналям.

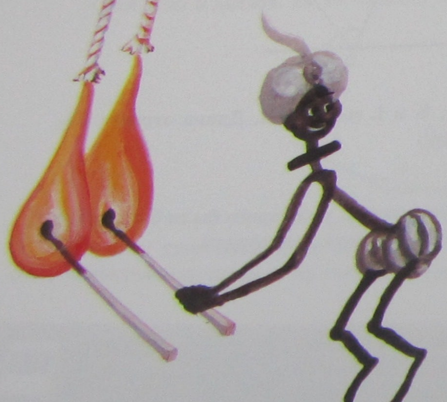






ЗАДАЧИ НА СМЕКАЛКУ

1. Имеются два бикфордова шнура, каждый из них сгорает полностью ровно за один час, то есть, за 60 минут. Но горят они неравномерно — то медленно, то быстро. Может, например, первая половина одного шнура гореть полчаса, может 10 минут, а может 40. И у второго то же самое: может первая треть его гореть 5 минут, вторая 30 минут, а третья 25 минут. А может быть, как-нибудь и иначе. Короче, как именно они горят в процессе своего горения, — мы не знаем. Имеем мы только коробок спичек и эти два шнура, никаких часов у нас нет. Как с помощью только этих вещей (двух шнуров и спичек) отмерить точно промежуток времени в 45 минут?



2. 10 вишен поместить в квадрат 4×4 так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке было чётное число вишен.